Спецкурс «Модальная логика» (весна 2020): Вопросы к экзамену

Лектор: с.н.с. Е.Е.Золин

1. Синтаксическая и семантическая характеризация теорем логик Ver и Triv. Полнота по Посту логик Ver и Triv. Слабая теорема Макинсона: логика всякой шкалы содержится в Ver или Triv.

   [Конспект 2019–2020, §5.1]

2. Подстановочный пример формулы, определимый вариант модели, лемма о связи между ними. Лемма об истинности всех подстановочных примеров формулы в конечной модально различимой модели. Теорема Макинсона. Следствие — существование (и единственность) пополнения (по Крипке) всякой непротиворечивой нормальной логики.

   [Конспект 2019–2020, §5.2, 5.3]

3. Субредукция шкал, сохранение общезначимости модальных формул при субредукции. Биективный р-морфизм есть изоморфизм. Теорема о характеристической формуле глубины d конечного конуса F.

   [Конспект 2019–2020, §7.4 до теоремы 7.8 включительно]

4. Модально эквивалентные конусы изоморфны. Проблема распознавания включения между логиками двух конечных шкал разрешима. Решетка расширений логики конечной шкалы строится эффективно.

   [Конспект 2019–2020, §7.4 — утв. 7.9–7.14]

5. Два способа построения характеристической формулы конечного конуса: с «переменными-точками» и «переменными-подмножествами». Дедуктивная эквивалентность получающихся формул над логикой $\mathbf{K}$ (выводимость посылок одной характеристической формулы из посылок другой и наоборот).

   [Слайды 2020.04.10, до слайда 7(38); завершить доказательство — упражнение]

6. Характеристическая формула конечного транзитивного конуса. Теорема о характеристической формуле (для конечного транзитивного конуса) и ее переформулировка в форме расщепления для полных транзитивных логик. Характеристическая формула — дедуктивно наислабейшая над $\mathbf{K4}$ формула, не общезначимая на данном конечном транзитивном конусе. Переформулировка этого результата в форме расщепления для конечно аксиоматизируемых транзитивных логик. Теорема о расщеплении решетки всех логик, содержащих $\mathbf{K4}$.

   [Слайды 2020.04.10, начиная со слайда 8(39) «Транзитивный случай»]

7. Построение конечной аксиоматики конечной транзитивной шкалы (формулировка теоремы и связанных понятий). Лемма 2 о достаточности максимальных (в соответствующем множестве) конусов для аксиоматики (с док-вом). Лемма 3 о конечности максимальных (в соответствующем множестве) конусов (с док-вом). Лемма 1 об аксиоматизации логики конечной транзитивной шкалы характеристическими формулами соотв. конусов (идея док-ва).

   [Слайды 2020.04.17, начиная со слайда 7(24), заканчивая леммами 1, 2, 3 с док-вами]

8. Бимодальная логика Томасона: формулировка аксиом, выражаемые ими условия на шкалы (с доказательством этих условий для временных аксиом и аксиомы Лёба).

   [Слайды 2020.04.24, со слайда 5(22) до 7(32), конспект 2014–2015 Лемма 3.1]

9. Лемма о разбиении иррефлексивной транзитивной сериальной шкалы на два конфинальных множества (без док-ва). Отсутствие шкал у логики Томасона. Непротиворечивость логики Томасона.

   [Слайды 2020.04.24, со слайда 8(33) до 11(62); см. также лекции И.Б.Шапировского 2013, Теорема 15.2 (стр. 38 и далее)]

10. Бисимуляция. Бисимулирующие отмеченные модели — модально эквивалентны. Пример, когда обратное не верно (идея доказательства). Для моделей конечного ветвления (в частности, для конечных моделей) верно и обратное. Глобальная бисимуляция и глобальная модальная модальная эквивалентность.

    [Слайды 2020.05.08 до слайда 8(43); конспект 2014–2015, §7; конспект 2015–2016, §3: примеры]

11. Стандартный перевод модальных формул в формулы первого порядка. Понятие инвариантности формулы первого порядка с одной свободной переменной относительно бисимуляций (или другого отношения эквивалентности на отмеченных моделях). Примеры формул первого порядка, инвариантных и неинвариантных относительно бисимуляций. Формулировка теоремы ван Бентема о характеризации. Теорема о компактности для модальных формул.

    [Слайды 2020.05.08 начиная со слайда 9(44); слайды 2020.05.22 слайд 4(16–25), конспект 2015–2016, §2, 2.1, 2.2, в том числе Теорема 2.4 (компактность, другое док-во; на выбор)]

12. Понятие (модальной) компактности класса отмеченных моделей. Компактность всякого модально определимого (а также первопорядково определимого) класса отмеченных моделей. Слабая формулировка теоремы ван Бентема. Лемма о маневре (без док-ва). Теорема ван Бентема.

    [Слайды 2020.05.22 начиная со слайда 5(26); конспект 2015–2016, §5, док-во изложено подругому; конспект 2016–2017, §11, леммы 11.1, 11.2, теорема 11.3, это изложение ближе к слайдам, но в несколько большей общности]