Спецкурс «Модальная логика» (осень 2019): Вопросы к экзамену

Лектор: с.н.с. Е.Е.Золин

1. Модальная глубина формулы. Лемма о конусах глубины n. Сохранение истинности модальных формул при взятии подмодели, порожденной точкой. Развертка модели. Сохранение истинности модальных формул при взятии развертки модели. Выполнимая модальная формула выполнима в корне дерева.

   [Конспект 2019–2020, §1.1, 1.2.]

2. Ветвление модели. Выполнимая формула A выполнима в некоторой модели, имеющей ограниченное (количеством модальностей в формуле A) ветвление. Совпадение логики класса всех моделей и класса всех конечных шкал / деревьев. Разрешимость этой логики.

   [Конспект 2019–2020, §1.3, 1.4.]

3. Два исчисления для модальной логики $\mathbf{K}$ (с правилом и без правила подстановки), их эквивалентность. Критерий Тарского конечной аксиоматизируемости логики.

   [Конспект 2019–2020, раздел 2 до §2.1.]

4. Понятия (нормальной) модальной теории и модальной логики. Теорема об их корректности — для теории (отмеченной) модели, логики (отмеченной) шкалы. Следствие для теорий и логик классов структур.

   [Конспект 2019–2020, §2.1.]

5. Выводимость формулы A из множества гипотез Γ в логике L: локальная и глобальная. Их свойства: компактность, теорема о дедукции, сводимость локальной выводимости к глобальной и наоборот.

   [Конспект 2019–2020, §2.2 лишь до Теоремы 2.18 вкл.]

6. Следование формулы A из множества гипотез Γ над логикой L: локальное и глобальное. Сводимость локального следования к глобальному и наоборот. Понятия (сильно) локально / глобальной полной логики. Теорема о совпадении понятий СЛП и СГП.

   [Конспект 2019–2020, §2.3 лишь до Теоремы 2.25 вкл.; из §2.4 — лишь определения и Теорема 2.33.]

7. Максимальные L-непротиворечивые множества формул (L-м.н.м.). Синтаксически полные синтаксически непротиворечивые теории, содержащие L (L-п.н.т.). Эквивалентность этих понятий. Лемма о пополнении формулой. Лемма Линденбаума.

   [Конспект 2019–2020, лемма 3.9 с соотв. определениями; Лемму о пополнении и лемму Линденбаума можно рассказывать (на выбор студента) одним из двух способов: в терминах L-м.н.м. (как было на лекциях осенью 2019 года и изложено в конспектах 2014–2015 года лемма 5.1 и 5.3) или в терминах L-п.н.т. (как написано в конспектах 2019–2020 года, леммы 3.4 и 3.5).]

8. Лемма о связи принадлежности формул вида $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \to B$, $\neg A$ миру x канонической модели (L-м.н.м. или L-п.н.т., на выбор) и принадлежности формул A, B миру x. Определение канонической модели непротиворечивой нормальной логики (или теории). Лемма о канонической модели ($x \models A \Leftrightarrow A \in x$). Теорема о канонической модели.

   [Как и выше, рассказывать конструкцию канонической модели и сопутствующие утверждения можно двумя способами, на выбор: в терминах L-м.н.м. или в терминах L-п.н.т. Первое изложено в конспектах 2014–2015 года леммы 5.6, 5.7, 5.8. Второе изложено в конспектах 2019–2020 года леммы 3.6, 3.7, 3.8.]

9. Каноническая логика. Сильная полнота канонической логики. Всякая непротиворечивая теория является теорией некоторого класса отмеченных моделей. Всякая непротиворечивая нормальная теория является теорией некоторой модели.

   [Конспект 2019–2020, теоремы 3.11, 3.12.]

10. Сохранение истинности (общезначимости) формулы при переходе к порожденной подмодели (подшкале). Если $L \subseteq L'$, то $M_{L'}$ — порожденная подмодель модели M_L. Понятие канонической формулы. Каноническая формула общезначима на канонической шкале любой логики, содержащей эту формулу. Логика, аксиоматизированная каноническими формулами, является канонической.

    [Конспект 2014–2015, §2.2; §5.1; §6.1.]

11. Модально различимая модель, лемма о различимости любых ее n точек. Истинность всех подстановочных примеров модальной формулы на конечной различимой модели влечет общезначимость формулы на ее шкале. Стабильная модальная формула, ее каноничность (если формула непротиворечива). Модальные формулы, ограничивающие глубину и ширину шкалы. Их стабильность (и, следовательно, каноничность).

    [Конспект 2019–2020, §4.1.1, 4.1.2.]

12. Критерий табличности нормальной логики. У табличной логики конечное число расширений, все они табличны. Конечная аксиоматизируемость табличной логики.

    [Конспект 2019–2020, §4.1.3, 4.1.4; требуется понятие несвязной суммы шкал (или моделей), про него: конспект 2014–2015, §2.1; его нужно знать, но отвечать в билете не нужно.]

13. Всякая табличная логика сильно полна отн. класса своих конечных шкал (СПОКШ).

    [Конспект 2019–2020, теорема 4.16 ($\Leftarrow$), включая определение 2.48 и теорему 2.49.]

14. Всякая логика, сильно полная отн. класса своих конечных шкал (СПОКШ), таблична.

    [Конспект 2019–2020, теорема 4.16 ($\Rightarrow$).]