Спецкурс «Модальная логика» (весна 2019): Вопросы к экзамену

Лектор: с.н.с. Е.Е.Золин

1. **Теорема 1.** Если две конечные модели Крипке модально эквивалентны, то для каждой точки из одной модели найдется модально эквивалентная точка из другой модели.
   Теорема 2. Если в конечной модели Крипке истинны все подстановочные примеры некоторой модальной формулы, то эта формула общезначима на шкале этой модели.

   Лекция 1; конспект 2018-2019 теорема 4.8 (но доказательство провести явное для конечных моделей, без введения понятия «компактного» множества точек); Теорема 2 — см. конспект 2014–2015, внутри доказательства теоремы 9.5.

2. Компактное подмножество точек модели Крипке (эквивалентные определения).

   Лекция 3; конспект 2018-2019, §4.1 (на лекции были даны не все эквивалентные определения из конспекта).

3. Компактная модель Крипке. Насыщенная модель Крипке. Конечные модели компактны. Модели конечного ветвления насыщенны. Равносильность бисимуляционной эквивалентности и модальной эквивалентности для насыщенных отмеченных моделей. Аналогичный результат для моделей (без отмеченной точки).

   Конспект 2018–2019, §4.2.

4. Логика бесконечного рефлексивного кластера $(W, W\times W)$ равна **S5**. Логика бесконечного иррефлексивного кластера $(W, \neq)$ не является n-аксиоматизируемой ни для какого конечного n.

   Конспект 2018–2019, §5.1.

5. Формулы Янкова–Файна, основная лемма (с полным доказательством).

   Конспект 2018–2019, §3; в конспекте доказательство без деталей; восстановить детали при ответе на экзамене.

6. Лемма о накрытии: всякая шкала является p-морфным образом несвязной суммы своих корневых подшкал. Критерий модальной определимости классов конечных транзитивных шкал Крипке.

   Лемма о накрытии: конспект 2016–2017, Лемма 10.3; Критерий: конспект 2018–2019, §3.1.

7. Интерполяционная теорема Крейга для логики **K4**, **S4**, **GL** (на выбор).

   Конспект 2018–2019, §2.

8. Ограниченная бисимуляционная игра (с выбором числа раундов первым игроком в начале игры). Теорема о выигрышной стратегии в этой игре. Модальная глубина формулы, модальная эквивалентность $\equiv^n$. Теорема о выигрышной стратегии в бисимуляционной игре с фиксированным числом n раундов. (без доказательства). Пример применения этих теорем. Существенность условия, что число переменных конечно.

   Конспект 2016–2017, §1.1, включая пример 1.5.

9. Теорема: наличие у второго игрока выигрышной стратегии в игре Game_n равносильно модальной эквивалентности $\equiv^n$ данных двух отмеченных моделей Крипке (с доказательством)

   Конспект 2016–2017, §1.1, теорема 1.3.

10. Неограниченная бисимуляционная игра. Теорема: наличие выигрышной стратегии у второго игрока в этой игре равносильно бисимуляционной эквивалентности данных двух отмеченных моделей Крипке.

    Конспект 2016–2017, §1.2.

11. Вопрос удалён (по техническим причинам), но оставлен, чтобы не сбивать нумерацию.

12. Ограниченные инфинитарные модальные языки ML_κ. Определение κ-компактного множества точек $X \subseteq W$ модели Крипке. Всякое множество мощности меньше κ является κ-компактным. Определение κ-компактной и κ-насыщенной модели Крипке. Теорема: на κ-насыщенных отмеченных моделях модальная эквивалентность в языке ML_κ совпадает с бисимуляционной эквивалентностью. Аналогичная теорема для моделей Крипке (без отмеченной точки).

    Конспект 2018–2019, §5.1, §5.2.

13. Логика транзитивного замыкания $\mathbf{K}^+$. Класс шкал, задаваемый аксиомами Сегерберга. Некомпактность логики $\mathbf{K}^+$. Полнота логики $\mathbf{K}^+$ относительно класса конечных шкал. Замыкание Фишера–Ладнера конечного множества формул языка $\mathsf{ML}(\Box, \boxplus)$.

    «Элементарное доказательство полноты логики $\mathbf{K}$, расширенной модальностью транзитивного замыкания», Е.Золин, 2015.