Спецкурс «Модальная логика» (осень 2018): Вопросы к экзамену

Лектор: с.н.с. Е.Е.Золин

1. Модальный морфизм (он же p-морфизм) шкал и моделей Крипке. Основная лемма. Связь теории / логики p-морфного образа структуры с теорией / логикой исходной структуры.

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.3; конспект 2016-2017, лемма 5.4, теорема 5.6]

2. Несвязная сумма моделей и шкал Крипке. Основная лемма. Связь теории / логики несвязной суммы структуры с теориями / логиками исходных структур. Теория класса моделей является теорией некоторой модели; логика класса шкал является логикой некоторой шкалы.

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.1; конспект 2016-2017, лемма 5.2, теорема 5.5]

3. Порожденная подмодель и подшкала Крипке. Подмодель (подшкала), порожденная одной точкой (определение). Основная лемма. Связь теории / логики порожденной подструктуры с теорией / логикой исходной структуры. Теорема Макинсона (для логики произвольной шкалы).

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.2; конспект 2016-2017, лемма 5.3]

4. Бисимуляция. Инвариантность модальных формул при бисимуляциях. Бисимулирующие отмеченные модели модально неотличимы. Обратное неверно: контрпример. (2014–2015, §8) Совпадение отношений бисимуляции и модальной эквивалентности для случая конечных моделей, моделей конечного ветвления.

   [Конспект 2015–2016, §4]

5. Логика **K**. Определения (модальной) теории, нормальной теории, логики, нормальной логики. Теорема о корректности (теория отмеченной модели есть теория, и т.д.). Следствие для классов структур.

   [Конспект 2014–2015, §5, до теоремы 5.3 вкл.]

6. «Традиционные» модальные логики (аксиомы D, T, B, 4, 5). Соответствующие им условия первого порядка на шкалы. Полная по Крипке логика (эквивалентные определения, доказательство их эквивалентности).

7. Определение 1: максимальное L-непротиворечивое множество формул. Определение 2: (синтаксически) непротиворечивая полная теория, содержащая L. Доказательство эквивалентности этих двух понятий (для нормальной теории L).

8. Лемма Линденбаума. Принадлежность формул произвольному L-м.н.м. согласована с булевыми связками. Лемма об истинности модальных формул в точках канонической модели.

   [Конспект 2014–2015, §6, леммы 6.1–6.6]

9. Теорема о множестве модальных формул, истинных в канонической модели. Следствия: теорема о полноте всякой непротиворечивой нормальной теории относительно класса ее моделей; о полноте всякой непротиворечивой теории относительно класса ее отмеченных моделей. Теория является синтаксический полной тогда и только тогда, когда она является теорией некоторой отмеченной модели.

10. Каноническая, сильно полная, полная логика. Импликации между этими понятиями. Лемма о канонических моделях вложенных друг в друга нормальных логик. Понятие канонической формулы. Лемма о канонических формулах. Полнота всякой логики, аксиоматизированной каноническими формулами.

11. Логика **GL**: описание класса ее шкал (и конечных шкал); логика **GL** не является сильно полной. Полнота (относительно конечных шкал) логики **GL** — построение конечной контрмодели для всякой невыводимой в данной логике формулы.

    [Конспект 2016-2017, раздел 3.2.1, 3.2.2; окончание именно про **GL** на стр. 21]

12. Модально-насыщенная модель Крипке: два эквивалентных определения (доказательство их эквивалентности). Всякая модель с конечным ветвлением (в частности, всякая конечная модель) является м.н. Основная лемма: для м.н. моделей бисимуляция между точками равносильна модальной эквивалентности этих точек: $(M, a) \simeq (N, b) \Leftrightarrow (M, a) \equiv_{\mathsf{ML}} (N, b)$.

    [Конспект 2015-2016, глава 4, лемма 4.4, теорема 4.5; повтор: конспект 2016-2017, глава 6 до леммы 6.2]

13. Модально-компактная модель Крипке: два эквивалентных определения (доказательство их эквивалентности). Основная лемма: для м.н. и м.к. моделей глобальная бисимуляция между моделями равносильна модальной эквивалентности этих моделей: $M :\simeq: N \Leftrightarrow M \equiv_{\mathsf{ML}} N$. «Одностороннее» аналогичное утверждение (лемма 6.5).

    [Конспект 2016-2017, глава 6, леммы 6.4 и 6.5]

14. Каноническая модель — модально насыщенная; модально компактная; модально различимая.

    [Конспект 2016-2017, глава 6, леммы 6.8, 6.9, 6.11]