Спецкурс «Модальная логика» (осень 2018): Вопросы к экзамену

Лектор: с.н.с. Е.Е.Золин

1. Модальный морфизм (он же p-морфизм) шкал и моделей Крипке. Основная лемма. Связь теории / логики p-морфного образа структуры с теорией / логикой исходной структуры.

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.3; конспект 2016-2017, лемма 5.4, теорема 5.6]

2. Несвязная сумма моделей и шкал Крипке. Основная лемма. Связь теории / логики несвязной суммы структуры с теориями / логиками исходных структур. Теория класса моделей является теорией некоторой модели; логика класса шкал является логикой некоторой шкалы.

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.1; конспект 2016-2017, лемма 5.2, теорема 5.5]

3. Порожденная подмодель и подшкала Крипке. Подмодель (подшкала), порожденная одной точкой (определение). Основная лемма. Связь теории / логики порожденной подструктуры с теорией / логикой исходной структуры. Теорема Макинсона (для логики произвольной шкалы).

   [Конспект 2014-2015, раздел 2.2; конспект 2016-2017, лемма 5.3]

4. Бисимуляция. Инвариантность модальных формул при бисимуляциях. Бисимулирующие отмеченные модели модально неотличимы. Обратное неверно: контрпример. (2014–2015, §8) Совпадение отношений бисимуляции и модальной эквивалентности для случая конечных моделей, моделей конечного ветвления.

   [Конспект 2015–2016, §4]

5. Логика **K**. Определения (модальной) теории, нормальной теории, логики, нормальной логики. Теорема о корректности (теория отмеченной модели есть теория, и т.д.). Следствие для классов структур.

   [Конспект 2014–2015, §5, до теоремы 5.3 вкл.]

6. «Традиционные» модальные логики (аксиомы D, T, B, 4, 5). Соответствующие им условия первого порядка на шкалы. Полная по Крипке логика (эквивалентные определения, доказательство их эквивалентности).

7. Формулировка и доказательство эквивалентности следующих двух понятий (для нормальной теории L): максимальное L-непротиворечивое множество формул; (синтаксически) непротиворечивая полная теория, содержащая L.

8. Лемма Линденбаума. Принадлежность формул произвольному L-м.н.м. согласована с булевыми связками. Лемма об истинности модальных формул в точках канонической модели.

   [Конспект 2014–2015, §6, леммы 6.1–6.6]

9. Теорема о множестве модальных формул, истинных в канонической модели. Следствия: теорема о полноте всякой непротиворечивой нормальной теории относительно класса ее моделей; о полноте всякой непротиворечивой теории относительно класса ее отмеченных моделей. Теория является синтаксический полной тогда и только тогда, когда она является теорией некоторой отмеченной модели.

10. Каноническая, сильно полная, полная логика. Импликации между этими понятиями. Лемма о канонических моделях вложенных друг в друга нормальных логик. Понятие канонической формулы. Лемма о канонических формулах. Полнота всякой логики, аксиоматизированной каноническими формулами.

11. Перечислимость всякой конечно аксиоматизируемой логики. Финитная аппроксимируемость (Ф.А.), или полнота относительно конечных шкал (ПОКШ). Теорема Харропа. (2014–2015, теорема 9.6.)

12. Фильтрация модели (через Φ, сохраняющая Γ). Сохранение истинности формул из Γ при фильтрации. Фильтруемая (или допускающая фильтрацию, Д.Ф.) логика. Если логика полна и Д.Ф., то она Ф.А. Фильтруемость логики **K**.

13. Фильтруемость расширений логики **K** аксиомами сериальности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

14. Логика **GL**: описание класса ее шкал (и конечных шкал); логика **GL** не является сильно полной. Полнота (относительно конечных шкал) логики **GL** — построение конечной контрмодели для всякой невыводимой в данной логике формулы.

    [Конспект 2016-2017, раздел 3.2.1, 3.2.2; окончание именно про **GL** на стр. 21]