

Задачи к с/к «Дескрипционная логика» (осень 2017)

1. (\mathcal{ALC}) С помощью табло-алгоритма проверьте, верны ли следующие включения концептов; переформулируйте вопрос в терминах модальных формул.

$$\forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Rich} \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Rich} \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Genius}$$

$$\forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Rich} \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Rich} \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.\text{Genius}.$$

2. (\mathcal{ALC}) Докажите следующие эквивалентности и вложения между концептами; покажите, что во 2-м и 4-м примерах обратные вложения неверны; переформулируйте задачу в терминах модальных формул.

$$\begin{aligned} \exists R.(A \sqcup B) &\equiv \exists R.A \sqcup \exists R.B & \forall R.(A \sqcap B) &\equiv \forall R.A \sqcap \forall R.B \\ \exists R.(A \sqcap B) &\sqsubseteq \exists R.A \sqcap \exists R.B & \forall R.(A \sqcup B) &\sqsupseteq \forall R.A \sqcup \forall R.B \end{aligned}$$

3. (\mathcal{ALC}) Свести к проблеме совместности терминологий следующую проблему: по терминологии определить, существует ли такая его модель, в которой все атомарные концепты и все атомарные роли интерпретированы непустыми множествами?

Определение. Пусть даны АВоХ-ы \mathcal{A} и \mathcal{A}' над сигнатурой Σ и Σ' , соответственно, причем $\Sigma \supseteq \Sigma'$. Будем говорить, что \mathcal{A} и \mathcal{A}' *слабо эквивалентны*, если а) $\mathcal{A} \models \mathcal{A}'$, то есть всякая модель $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$ является и моделью $\mathcal{I} \models \mathcal{A}'$; б) всякую модель $\mathcal{I} \models \mathcal{A}'$ можно доопределить до модели $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$.

4. (\mathcal{ALCIO}) Выразите следующий АВоХ \mathcal{A} (где A, B, C, D — атомарные концепты) в виде эквивалентного ему АВоХ-а $\mathcal{A}' = \{a: E\}$, где E — концепт логики \mathcal{ALCIO} :

$$\mathcal{A} = \{aRb, aRc, dRa, dRb, dRc; a: A, b: B, c: C, d: D\}$$

Существует ли такой \mathcal{ALCI} -концепт E , что \mathcal{A} и $\mathcal{A}' = \{a: E\}$ слабо эквивалентны?

5. (\mathcal{ALCI}) Дан АВоХ: $\mathcal{A} = \{aRb, aRc, cRd, cRe, a: A, b: B, c: C, d: D, e: E\}$, где A, B, C, D, E — атомарные концепты.
- Постройте \mathcal{ALC} -концепт F , так чтобы \mathcal{A} и $\mathcal{A}' = \{a: F\}$ были *слабо эквивалентны*.
 - Постройте \mathcal{ALCI} -концепт G , так чтобы \mathcal{A} и $\mathcal{A}' = \{c: G\}$ были *слабо эквивалентны*.
 - Будет ли задача иметь решение, если провести дополнительное ребро dRe ?

Определение. ТВоХ-ы \mathcal{T} и \mathcal{T}' эквивалентны, если $\forall \mathcal{I} (\mathcal{I} \models \mathcal{T} \Leftrightarrow \mathcal{I} \models \mathcal{T}')$.

6. (\mathcal{ALC}) Даны ТВоХ-ы: $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall R.A\}$ и $\mathcal{T}' = \{A \sqsubseteq \forall R.(A \sqcap \forall R.A)\}$.
- Эквивалентны ли данные ТВоХ-ы?
 - Преобразуйте \mathcal{T} и \mathcal{T}' к эквивалентному ТВоХ-у вида $\{T \sqsubseteq E\}$ и $\{T \sqsubseteq E'\}$, соотв.
 - Эквивалентны ли концепты E и E' ?
 - Переформулируйте полученный вывод в терминах модальных формул.
7. (\mathcal{ALCI}) Эквивалентны ли терминологии $\{T \sqsubseteq \forall R.C\}$ и $\{\exists R^-.T \sqsubseteq C\}$? Что они означают как утверждения о бинарном отношении, обозначаемом ролью R ? Перепишите их в эквивалентном виде как $\{T \sqsubseteq E\}$ и $\{T \sqsubseteq E'\}$, и проверьте на эквивалентность концепты E и E' . Запишите следующие 4 утверждения с помощью терминологических аксиом логики \mathcal{ALC} или \mathcal{ALCI} : «область определения (область значения) роли R содержит концепт C (содержится в концепте C)».
8. (\mathcal{ALC}) Может ли из \mathcal{ALC} -терминологии \mathcal{T} следовать включение двух различных ролей $R \sqsubseteq S$? Дайте исчерпывающий ответ.