

## Задачи к с/к «Дескрипционная логика» (осень 2017)

1. ( $\mathcal{ALC}$ ) С помощью табло-алгоритма проверьте, верны ли следующие включения концептов; переформулируйте вопрос в терминах модальных формул.

$$\forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.(Rich \sqcup Genius) \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.Rich \sqcup \forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.Genius$$

$$\forall \text{hasChild}.\exists \text{hasFriend}.(Rich \sqcup Genius) \sqsubseteq \forall \text{hasChild}.( \exists \text{hasFriend}.Rich \sqcup \exists \text{hasFriend}.Genius).$$

2. ( $\mathcal{ALC}$ ) Докажите следующие эквивалентности и вложения между концептами; покажите, что во 2-м и 4-м примерах обратные вложения неверны; переформулируйте задачу в терминах модальных формул.

$$\begin{aligned} \exists R.(A \sqcup B) &\equiv \exists R.A \sqcup \exists R.B & \forall R.(A \sqcap B) &\equiv \forall R.A \sqcap \forall R.B \\ \exists R.(A \sqcap B) &\sqsubseteq \exists R.A \sqcap \exists R.B & \forall R.(A \sqcup B) &\sqsupseteq \forall R.A \sqcup \forall R.B \end{aligned}$$

3. ( $\mathcal{ALC}$ ) Свести к проблеме совместности терминологий следующую проблему: по терминологии определить, существует ли такая его модель, в которой все атомарные концепты и все атомарные роли интерпретированы непустыми множествами?

**Определение.** Пусть даны АВох-ы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}'$  над сигнатурой  $\Sigma$  и  $\Sigma'$ , соответственно, причем  $\Sigma \supseteq \Sigma'$ . Будем говорить, что  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}'$  *слабо эквивалентны*, если а)  $\mathcal{A} \models \mathcal{A}'$ , то есть всякая модель  $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$  является и моделью  $\mathcal{I} \models \mathcal{A}'$ ; б) всякую модель  $\mathcal{I} \models \mathcal{A}'$  можно доопределить до модели  $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$ .

4. ( $\mathcal{ALCIO}$ ) Выразите следующий АВох  $\mathcal{A}$  (где  $A, B, C, D$  — атомарные концепты) в виде эквивалентного ему АВох-а  $\mathcal{A}' = \{a: E\}$ , где  $E$  — концепт логики  $\mathcal{ALCIO}$ :

$$\mathcal{A} = \{aRb, aRc, dRa, dRb, dRc; a: A, b: B, c: C, d: D\}$$

Существует ли такой  $\mathcal{ALCI}$ -концепт  $E$ , что  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}' = \{a: E\}$  слабо эквивалентны?

5. ( $\mathcal{ALCI}$ ) Дан АВох:  $\mathcal{A} = \{aRb, aRc, cRd, cRe, a: A, b: B, c: C, d: D, e: E\}$ , где  $A, B, C, D, E$  — атомарные концепты.
- Постройте  $\mathcal{ALC}$ -концепт  $F$ , так чтобы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}' = \{a: F\}$  были *слабо эквивалентны*.
  - Постройте  $\mathcal{ALCI}$ -концепт  $G$ , так чтобы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}' = \{c: G\}$  были *слабо эквивалентны*.
  - Будет ли задача иметь решение, если провести дополнительное ребро  $dRe$ ?

**Определение.** ТВох-ы  $\mathcal{T}$  и  $\mathcal{T}'$  эквивалентны, если  $\forall \mathcal{I} (\mathcal{I} \models \mathcal{T} \Leftrightarrow \mathcal{I} \models \mathcal{T}')$ .

6. ( $\mathcal{ALC}$ ) Даны ТВох-ы:  $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall R.A\}$  и  $\mathcal{T}' = \{A \sqsubseteq \forall R.(A \sqcap \forall R.A)\}$ .
- Эквивалентны ли данные ТВох-ы?
  - Преобразуйте  $\mathcal{T}$  и  $\mathcal{T}'$  к эквивалентному ТВох-у вида  $\{T \sqsubseteq E\}$  и  $\{T \sqsubseteq E'\}$ , соотв.
  - Эквивалентны ли концепты  $E$  и  $E'$ ?
  - Переформулируйте полученный вывод в терминах модальных формул.
7. ( $\mathcal{ALCI}$ ) Эквивалентны ли терминологии  $\{T \sqsubseteq \forall R.C\}$  и  $\{\exists R^-.T \sqsubseteq C\}$ ? Что они означают как утверждения о бинарном отношении, обозначаемом ролью  $R$ ? Перепишите их в эквивалентном виде как  $\{T \sqsubseteq E\}$  и  $\{T \sqsubseteq E'\}$ , и проверьте на эквивалентность концепты  $E$  и  $E'$ . Запишите следующие 4 утверждения с помощью терминологических аксиом логики  $\mathcal{ALC}$  или  $\mathcal{ALCI}$ : «область определения (область значения) роли  $R$  содержит концепт  $C$  (содержится в концепте  $C$ )».
8. ( $\mathcal{ALC}$ ) Может ли из  $\mathcal{ALC}$ -терминологии  $\mathcal{T}$  следовать включение двух различных ролей  $R \sqsubseteq S$ ? Дайте исчерпывающий ответ.