$\boxed{\mathbf{1}}$ Докажите, что среднее значение $KS(x)$ для слова x длины n равно $n + O(1)$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Докажите, что среднее значение $KP(x)$ для слова x длины n равно $n + KP(n) + O(1)$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Покажите, что число слов x, сложность которых $KS(x)$ строго меньше n, заключено между 2^{n-c} и $2^n - 2^{n-c}$ (при некотором c и всех n).

$\boxed{\mathbf{4}}$ Пусть $f(n)$ обозначает максимальное натуральное число сложности не более n. Докажите, что для любой вычислимой всюду определенной функции $g(n)$ для всех достаточно больших n выполнено неравенство $f(n) > g(n)$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Докажите, что

$$KS(x, y) \leq KS(x) + KS(y) + \log(KS(x) + KS(y)) + O(1)$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ Докажите, что $(n-1)K(x_1, \ldots, x_n)$ не превосходит суммы сложностей всех кортежей, получающихся из кортежа $x_1, \ldots, x_n$ вычеркиванием одного из членов (с точностью до $O(\log K(x_1, \ldots, x_n))$.

$\boxed{\mathbf{7}}$ Пусть последовательность $x_1x_2\ldots$ случайна по Мартин-Лефу относительно равномерной меры. Оставим в этой последовательности только те биты, перед которыми стоит 1. Докажите, что полученная последовательность бесконечна и случайна по Мартин-Лефу.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Докажите, что если $KS(\omega_1 \ldots \omega_n | n) = O(1)$, то (бесконечная) последовательность $\omega_1\omega_2\ldots$ вычислима.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Верно ли неравенство $KM(xy) \leq KM(x) + KM(y) + O(1)$?

$\boxed{\mathbf{10}}$ Докажите, что для любого оптимального декомпрессора и любого слова x существует лишь константа кратчайших описаний x.