

### Домашняя работа 1. Бочкарёв Дмитрий

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$ , подмножество  $R$  множества его вершин и натуральное  $k$ . Вопрос: существует ли в  $G$  поддерево из не более, чем  $k$  ребер, включающее все вершины из  $R$  (деревом называется связный граф без циклов, поддеревом в  $G$  называется любое дерево, все ребра которого принадлежат  $G$ )?

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат VPP, то и их объединение и разность принадлежат VPP.

3. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их произведение также принадлежит классу  $\#P$ .

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества вершинных покрытий данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$  и  $f$  — инъективная функция, сохраняющая длину и вычислимая полиномиальным алгоритмом, то и обратная к ней функция  $f^{-1}$  также вычислима полиномиальным алгоритмом.

### Домашняя работа 1. Гнатышак Дмитрий Вадимович

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$  и натуральное  $k$ . Вопрос: существуют ли в графе  $k$  вершин такие, что любая вершина смежна одной из них.

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат RP, то и их пересечение и объединение принадлежат RP.

3. Рассмотрим следующую задачу. Дан граф  $G$  и некоторое подмножество  $S$  множества его вершин. Требуется выяснить, продолжается ли любая корректная раскраска множества  $S$  в три цвета до корректной раскраски всего графа  $G$  в три цвета. В каком классе полиномиальной иерархии полна эта задача (ответ обосновать)?

4. Докажите, что если инъективная функция, сохраняющая длину, вычислима на полиномиальной памяти (на машинах Тьюринга), то и обратная к ней также вычислима на полиномиальной памяти.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит раскраску его вершин в наименьшее количество цветов (так чтобы соседи имели разные цвета).

### Домашняя работа 1. Лобачёва Екатерина

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: набор натуральных чисел  $x_1, \dots, x_k, y, l$ , все числа даны в двоичной записи. Вопрос: можно ли разбить набор чисел  $x_1, \dots, x_k$  на  $l$  непересекающихся наборов так, что сумма чисел в каждом из  $l$  наборов не превышает  $y$ ?

2. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их сумма также принадлежит классу  $\#P$ .

3. Докажите, что пересечение и объединение двух языков из  $\Sigma_n$  принадлежит  $\Sigma_n$  (для любого  $n$ ).

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества клик данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит максимальную по размеру клику в этом графе.

### Домашняя работа 1. Марон

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: конечный граф  $G$ , подмножество  $R$  множества его вершин и натуральное  $k$ . Вопрос: существует ли в  $G$  поддерево из не более, чем  $k$  ребер, включающее все вершины из  $R$  (деревом называется связный граф без циклов, поддеревом в  $G$  называется любое дерево, все ребра которого принадлежат  $G$ )?

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат VPP, то и их объединение и разность принадлежат VPP.

3. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их произведение также принадлежит классу  $\#P$ .

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества вершинных покрытий данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$  и  $f$  — инъективная функция, сохраняющая длину и вычислимая полиномиальным алгоритмом, то и обратная к ней функция  $f^{-1}$  также вычислима полиномиальным алгоритмом.

### Домашняя работа 1. Махажанов Нуртас Хамитулы

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$  и натуральное  $k$ . Вопрос: существуют ли в графе  $k$  вершин такие, что любая вершина смежна одной из них.

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат RP, то и их пересечение и объединение принадлежат RP.

3. Рассмотрим следующую задачу. Дан граф  $G$  и некоторое подмножество  $S$  множества его вершин. Требуется выяснить, продолжается ли любая корректная раскраска множества  $S$  в три цвета до корректной раскраски всего графа  $G$  в три цвета. В каком классе полиномиальной иерархии полна эта задача (ответ обосновать)?

4. Докажите, что если инъективная функция, сохраняющая длину, вычислима на полиномиальной памяти (на машинах Тьюринга), то и обратная к ней также вычислима на полиномиальной памяти.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит раскраску его вершин в наименьшее количество цветов (так чтобы соседи имели разные цвета).

### Домашняя работа 1. Потапенко Анна

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: набор натуральных чисел  $x_1, \dots, x_k, y, l$ , все числа даны в двоичной записи. Вопрос: можно ли разбить набор чисел  $x_1, \dots, x_k$  на  $l$  непересекающихся наборов так, что сумма чисел в каждом из  $l$  наборов не превышает  $y$ ?

2. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их сумма также принадлежит классу  $\#P$ .

3. Докажите, что пересечение и объединение двух языков из  $\Sigma_n$  принадлежит  $\Sigma_n$  (для любого  $n$ ).

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества клик данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит максимальную по размеру клику в этом графе.

### Домашняя работа 1. Тверской Денис

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$ , подмножество  $R$  множества его вершин и натуральное  $k$ . Вопрос: существует ли в  $G$  поддерево из не более, чем  $k$  ребер, включающее все вершины из  $R$  (деревом называется связный граф без циклов, поддеревом в  $G$  называется любое дерево, все ребра которого принадлежат  $G$ )?

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат VPP, то и их объединение и разность принадлежат VPP.

3. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их произведение также принадлежит классу  $\#P$ .

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества вершинных покрытий данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$  и  $f$  — инъективная функция, сохраняющая длину и вычислимая полиномиальным алгоритмом, то и обратная к ней функция  $f^{-1}$  также вычислима полиномиальным алгоритмом.

### Домашняя работа 1. Турунтаев

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$  и натуральное  $k$ . Вопрос: существуют ли в графе  $k$  вершин такие, что любая вершина смежна одной из них.

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат RP, то и их пересечение и объединение принадлежат RP.

3. Рассмотрим следующую задачу. Дан граф  $G$  и некоторое подмножество  $S$  множества его вершин. Требуется выяснить, продолжается ли любая корректная раскраска множества  $S$  в три цвета до корректной раскраски всего графа  $G$  в три цвета. В каком классе полиномиальной иерархии полна эта задача (ответ обосновать)?

4. Докажите, что если инъективная функция, сохраняющая длину, вычислима на полиномиальной памяти (на машинах Тьюринга), то и обратная к ней также вычислима на полиномиальной памяти.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит раскраску его вершин в наименьшее количество цветов (так чтобы соседи имели разные цвета).



### Домашняя работа 1. Федин

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: набор натуральных чисел  $x_1, \dots, x_k, y, l$ , все числа даны в двоичной записи. Вопрос: можно ли разбить набор чисел  $x_1, \dots, x_k$  на  $l$  непересекающихся наборов так, что сумма чисел в каждом из  $l$  наборов не превышает  $y$ ?

2. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их сумма также принадлежит классу  $\#P$ .

3. Докажите, что пересечение и объединение двух языков из  $\Sigma_n$  принадлежит  $\Sigma_n$  (для любого  $n$ ).

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества клик данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит максимальную по размеру клику в этом графе.

### Домашняя работа 1. Фролов Дмитрий

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: конечный граф  $G$ , подмножество  $R$  множества его вершин и натуральное  $k$ . Вопрос: существует ли в  $G$  поддерево из не более, чем  $k$  ребер, включающее все вершины из  $R$  (деревом называется связный граф без циклов, поддеревом в  $G$  называется любое дерево, все ребра которого принадлежат  $G$ )?

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат VPP, то и их объединение и разность принадлежат VPP.

3. Докажите, что если функции  $f, g$  принадлежат классу  $\#P$ , то их произведение также принадлежит классу  $\#P$ .

4. Докажите  $\#P$  полноту задачи вычисления количества вершинных покрытий данного размера в данном графе.

5. Докажите, что если  $P=NP$  и  $f$  — инъективная функция, сохраняющая длину и вычисляемая полиномиальным алгоритмом, то и обратная к ней функция  $f^{-1}$  также вычислима полиномиальным алгоритмом.

### Домашняя работа 1. Шестаков Андрей

1. Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данные: конечный граф  $G$  и натуральное  $k$ . Вопрос: существуют ли в графе  $k$  вершин такие, что любая вершина смежна одной из них.

2. Докажите, что если языки  $A$  и  $B$  принадлежат RP, то и их пересечение и объединение принадлежат RP.

3. Рассмотрим следующую задачу. Дан граф  $G$  и некоторое подмножество  $S$  множества его вершин. Требуется выяснить, продолжается ли любая корректная раскраска множества  $S$  в три цвета до корректной раскраски всего графа  $G$  в три цвета. В каком классе полиномиальной иерархии полна эта задача (ответ обосновать)?

4. Докажите, что если инъективная функция, сохраняющая длину, вычислима на полиномиальной памяти (на машинах Тьюринга), то и обратная к ней также вычислима на полиномиальной памяти.

5. Докажите, что если  $P=NP$ , то существует полиномиальный алгоритм, который по графу находит раскраску его вершин в наименьшее количество цветов (так чтобы соседи имели разные цвета).