Не нашедшим своего домашнего задания в списке нужно решить задание с наиболее близкой в алфавитном порядке фамилией.

Домашняя работа 1. Бочкарёв Дмитрий

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по двум натуральным числам x, y, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $\lfloor x^{1/y} \rfloor$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, найти корректную раскраску его вершин в три цвета (соседние вершины должны иметь разный цвет), если таковая есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли корректная раскраска его вершин в три цвета.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по семейству множеств, заданных списком, и натуральному числу k, выяснить, можно получить все множества семейства с помощью не более, чем k, операций добавления элемента в множество (уже полученные множества семейства можно использовать для получения следующих, все полученные множества сохраняются). Изначально имеется только пустое множество. (Например, семейство, состоящее из множеств $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 2\}$, можно получить четырьмя операциями: сначала добавить в пустое множество 1, затем добавить в полученное множество 2, затем добавить 3 в множество $\{1\}$, наконец, добавить 3 в множество $\{1, 2\}$.)

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что вторая задача сводится по Куку ко первой.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в унарной записи (число x записывается последовательностью из x единиц), выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in BPP$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in BPP$.

Домашняя работа 1. Гнатышак Дмитрий Вадимович

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам x, y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $(x^y \bmod z)$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, найти такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$, если такое есть.

(B) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по алгебраической формуле, составленной из знаков сложения, умножения, переменных (пробегающих действительные числа) и целых констант, заданных в двоичной записи, определить, является ли задаваемый формулой многочлен тождественно нулевым. (Пример, многочлен, заданный формулой $(x+y)*(x-y)+y*y-x*x$ тождественно нулевой.) Доказать, что эта задача принадлежит классу NP.

5. Докажите, что для любой функции $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$, сохраняющей длину, существует функция $g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}$, для которой f и g сводятся по Куку друг к другу.

Домашняя работа 1. Джаманбаев Абулкаир Берикович

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит хотя бы одно решение сравнения $xy \equiv 1 \pmod z$ (или сообщает, что сравнение не имеет решения).

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k найти любые k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин, если такие k вершин есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, верно ли, что для всех чисел $z \leq y$ существует такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $z = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in n.u.P$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in n.u.P$.

Домашняя работа 1. E–K

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по двум натуральным числам x, y, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $\lfloor x^{1/y} \rfloor$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, найти корректную раскраску его вершин в три цвета (соседние вершины должны иметь разный цвет), если таковая есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли корректная раскраска его вершин в три цвета.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по семейству множеств, заданных списком, и натуральному числу k, выяснить, можно получить все множества семейства с помощью не более, чем k, операций добавления элемента в множество (уже полученные множества семейства можно использовать для получения следующих, все полученные множества сохраняются). Изначально имеется только пустое множество. (Например, семейство, состоящее из множеств $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 2\}$, можно получить четырьмя операциями: сначала добавить в пустое множество 1, затем добавить в полученное множество 2, затем добавить 3 в множество $\{1\}$, наконец, добавить 3 в множество $\{1, 2\}$.)

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что вторая задача сводится по Куку ко первой.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в унарной записи (число x записывается последовательностью из x единиц), выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in BPP$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in BPP$.

Домашняя работа 1. Махажанов Нуртас Хамитулы

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам x, y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $(x^y \bmod z)$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, найти такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$, если такое есть.

(B) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по алгебраической формуле, составленной из знаков сложения, умножения, переменных (пробегающих действительные числа) и целых констант, заданных в двоичной записи, определить, является ли задаваемый формулой многочлен тождественно нулевым. (Пример, многочлен, заданный формулой $(x+y)*(x-y)+y*y-x*x$ тождественно нулевой.) Доказать, что эта задача принадлежит классу NP.

5. Докажите, что для любой функции $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$, сохраняющей длину, существует функция $g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}$, для которой f и g сводятся по Куку друг к другу.

Домашняя работа 1. Лобачёва Екатерина

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит хотя бы одно решение сравнения $xy \equiv 1 \pmod z$ (или сообщает, что сравнение не имеет решения).

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k найти любые k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин, если такие k вершин есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, верно ли, что для всех чисел $z \leq y$ существует такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $z = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in n.u.P$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in n.u.P$.

Домашняя работа 1. Тверской Денис

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по двум натуральным числам x, y, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $\lfloor x^{1/y} \rfloor$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, найти корректную раскраску его вершин в три цвета (соседние вершины должны иметь разный цвет), если таковая есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли корректная раскраска его вершин в три цвета.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по семейству множеств, заданных списком, и натуральному числу k, выяснить, можно получить все множества семейства с помощью не более, чем k, операций добавления элемента в множество (уже полученные множества семейства можно использовать для получения следующих, все полученные множества сохраняются). Изначально имеется только пустое множество. (Например, семейство, состоящее из множеств $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 2\}$, можно получить четырьмя операциями: сначала добавить в пустое множество 1, затем добавить в полученное множество 2, затем добавить 3 в множество $\{1\}$, наконец, добавить 3 в множество $\{1, 2\}$.)

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что вторая задача сводится по Куку ко первой.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в унарной записи (число x записывается последовательностью из x единиц), выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in BPP$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in BPP$.

Домашняя работа 1. Потапенко Анна

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам x, y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $(x^y \bmod z)$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, найти такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$, если такое есть.

(B) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по алгебраической формуле, составленной из знаков сложения, умножения, переменных (пробегающих действительные числа) и целых констант, заданных в двоичной записи, определить, является ли задаваемый формулой многочлен тождественно нулевым. (Пример, многочлен, заданный формулой $(x+y)*(x-y)+y*y-x*x$ тождественно нулевой.) Доказать, что эта задача принадлежит классу NP.

5. Докажите, что для любой функции $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$, сохраняющей длину, существует функция $g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}$, для которой f и g сводятся по Куку друг к другу.

Домашняя работа 1. Фролов Дмитрий

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит хотя бы одно решение сравнения $xy \equiv 1 \pmod z$ (или сообщает, что сравнение не имеет решения).

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k найти любые k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин, если такие k вершин есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, верно ли, что для всех чисел $z \leq y$ существует такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $z = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in n.u.P$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in n.u.P$.

Домашняя работа 1. Шестаков Андрей

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по двум натуральным числам x, y, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $\lfloor x^{1/y} \rfloor$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, найти корректную раскраску его вершин в три цвета (соседние вершины должны иметь разный цвет), если таковая есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли корректная раскраска его вершин в три цвета.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по семейству множеств, заданных списком, и натуральному числу k, выяснить, можно получить все множества семейства с помощью не более, чем k, операций добавления элемента в множество (уже полученные множества семейства можно использовать для получения следующих, все полученные множества сохраняются). Изначально имеется только пустое множество. (Например, семейство, состоящее из множеств $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 2\}$, можно получить четырьмя операциями: сначала добавить в пустое множество 1, затем добавить в полученное множество 2, затем добавить 3 в множество $\{1\}$, наконец, добавить 3 в множество $\{1, 2\}$.)

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что вторая задача сводится по Куку ко первой.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в унарной записи (число x записывается последовательностью из x единиц), выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in BPP$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in BPP$.

Домашняя работа 1. O, P–C

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам x, y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит $(x^y \bmod z)$.

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, найти такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$, если такое есть.

(B) по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, существует ли такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $y = \sum_{i \in I} x_i$.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по алгебраической формуле, составленной из знаков сложения, умножения, переменных (пробегающих действительные числа) и целых констант, заданных в двоичной записи, определить, является ли задаваемый формулой многочлен тождественно нулевым. (Пример, многочлен, заданный формулой $(x+y)*(x-y)+y*y-x*x$ тождественно нулевой.) Доказать, что эта задача принадлежит классу NP.

5. Докажите, что для любой функции $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$, сохраняющей длину, существует функция $g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}$, для которой f и g сводятся по Куку друг к другу.

Домашняя работа 1. А, У, Х–Я

1. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая по трем натуральным числам y, z, заданным в двоичной записи, за полиномиальное время находит хотя бы одно решение сравнения $xy \equiv 1 \pmod z$ (или сообщает, что сравнение не имеет решения).

2. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k найти любые k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин, если такие k вершин есть.

(B) по графу, заданному матрицей смежности, и натуральному числу k выяснить, существуют ли k вершин в графе, для которых любое ребро графа инцидентно одной из найденных вершин.

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

3. Рассмотрим следующие две задачи:

(A) по графу, заданному матрицей смежности, существует ли гамильтонов цикл в этом графе (цикл, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

(B) по графу, заданному матрицей смежности, выяснить, существует ли гамильтонов путь в этом графе (путь, который ровно по одному разу проходит через все вершины).

Докажите, что первая задача сводится по Куку ко второй.

4. Рассмотрим следующую задачу: по набору натуральных чисел $x_1, \ldots, x_m, y$, записанных в двоичной записи, выяснить, верно ли, что для всех чисел $z \leq y$ существует такое множество индексов $I \subset \{1, \ldots, m\}$, для которого $z = \sum_{i \in I} x_i$. Доказать, что эта задача принадлежит классу P.

5. Докажите, что если $A \in n.u.P$ и B сводится по Куку к A, то и $B \in n.u.P$.