

Программа спецкурса "Сложность вычислений" 2012/2013.

1. Моделирование двухленточных машины Тьюринга на одноленточных машинах. Сложность копирования и арифметических операций для машин Тьюринга.
2. Равнодоступные адресные машины (РАМ). Моделирование машин Тьюринга на РАМ и РАМ на машинах Тьюринга. Класс P полиномиально разрешимых языков.
3. Универсальная машина Тьюринга и оценка времени ее работы. Теорема о иерархии по времени.
4. Сводимость Карпа и ее свойства. Экспоненциальная нижняя оценка времени распознавания EXP трудных задач.
5. Теорема Фишера - Рабина об экспоненциальной нижней оценке времени распознавания истинности формул первого порядка в поле действительных чисел.
6. Класс NP. NP трудные и NP полные задачи. Теорема Кука-Левина об NP полноте задачи о выполнимости схем из функциональных элементов.
7. NP полнота задачи выполнимости 3-КНФ. Полиномиальная разрешимость задачи 2-КНФ.
8. NP полнота задач Клика, Независимое Множество, Вершинное Покрытие.
9. NP полнота задачи 3-раскраска. Полиномиальная разрешимость задачи 2-раскраска.
10. NP полнота задач Гамильтонов Цикл и Коммивояжер.
11. NP полнота задачи Сумма Подмножества.
12. NP задачи поиска и задачи оптимизации. Сводимость Кука. Взаимная сводимость NP задач поиска и NP задач распознавания. Взаимная сводимость NP задач поиска и задач оптимизации.
13. Приближенное решение задач оптимизации. Полиномиальные алгоритмы $7/8$ -аппроксимации MAX3CNF и 2-аппроксимации минимального вершинного покрытия.
14. Полиномиальная иерархия. Полные проблемы в классах полиномиальной иерархии.

15. Замкнутость классов полиномиальной иерархии относительно пересечений и объединений. Языки, сводимые по Тьюрингу к Σ_k , принадлежат $\Sigma_{k+1} \cap \Pi_{k+1}$.
16. Класс PSPACE. Включение полиномиальной иерархии в PSPACE. Характеризация PSPACE с помощью игр. Полные задачи в классе PSPACE.
17. Полиномиальные вероятностные алгоритмы. Вычисления с ограниченной ошибкой и класс BPP. Уменьшение вероятности ошибки (amplification). Полиномиальный вероятностный алгоритм проверки истинности алгебраического тождества.
18. Схемы из функциональных элементов. Верхняя оценка $O(n2^n)$ схемной сложности любой булевой функции от n переменных. Существование функций схемной сложности не менее $2^n/3n$.
19. Классы nuP и $P/poly$, их совпадение. Включение BPP в $P/poly$
20. Включение BPP в Σ_2 .
21. Теорема Карпа-Липтона о том, что $NP \subset nuP$ влечет $\Sigma_2 = \Pi_2$.
22. Теорема о иерархии по времени для недетерминированных машин.
23. Недетерминированные машины Тьюринга, ограниченные по памяти. Теорема Сэвича. Теорема Иммермана.
24. Задачи подсчета и класс $\#P$. $\#P$ полнота задач подсчета количества выполняющих наборов СФЭ и 3-КНФ, и количества клик данного размера в данном графе
25. $\#P$ полнота задачи вычисления перманента булевой матрицы.
26. Релятивизуемость. Теорема Бейкера-Гилла-Соловоя.
27. Теорема Захоса: если NP включено в BPP, то и полиномиальная иерархия включена в BPP.
28. Лемма Вэльянта-Вазирани. Если существует полиномиальный вероятностный алгоритм с односторонней ошибкой для поиска единственного свидетеля, то $NP=RP$.
29. Класс $\oplus P$ и его замкнутость относительно сводимости Кука. Совпадение классов $\oplus^{\oplus P}$ и $\oplus P$.
30. Включение NP в $BPP^{\oplus P}$ и включение $PH^{\oplus P}$ в $BPP^{\oplus P}$.
31. Теоремы Тоды: включение полиномиальной иерархии в $P^{\#P}$
32. Вероятностно проверяемые доказательства. Классы MA и $PCP(r, q)$. PCP-теорема. NP трудность задачи с-приближенного вычисления размера максимальной клики (для любого s).

33. Интерактивные доказательства с общими и секретными случайными битами. Интерактивное доказательство неизоморфности графов.
34. Включение IP в $PSPACE$
35. Лемма о последовательном и параллельном повторении интерактивного протокола.
36. Интерактивный протокол с открытыми случайными битами для неизоморфизма графов.
37. Совпадение двух варинатов класса IP , с открытыми и закрытыми случайными битами (релятивизуемое доказательство).
38. $IP = PSPACE$.
39. MA включено в AM . $IP_{public}[const] = AM$. Включение MA в Σ_2 и включение AM в Π_2 .
40. Включение $PSPACE$ в IP .
41. Теория сложности в среднем: полиномиально моделируемые последовательности распределений, распределенные задачи, классы $AvgP$, $HeurP$, $AvgBPP$, $HeurBPP$. Сводимость Карпа для распределённых задач.
42. Полиномиально моделируемое распределение, доминирующее все полиномиально моделируемые распределения и полная в $(NP, P\text{Samp})$ задача.
43. Простые распределения и класс $PISamp$. Пример $(NP, PISamp)$ полной задачи.
44. Сведение любой распределённой задачи поиска из $(NP\text{-Search}, PISamp)$ к некоторой задаче из $(NP, PISamp)$.

Литература.

1. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый. Классические и квантовые вычисления. М.: МЦНМО, ЧеРо, 1999.
3. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001.
4. <http://lpcs.math.msu.su/~ver/teaching/ComputationalComplexity/index.html>