

Программа курса “Сложность вычислений” 2010/2011.

1. Квадратичная верхняя оценка времени копирования и обращения строк, сложения натуральных чисел и распознавания палиндромов на одноленточных машинах Тьюринга. Теорема Хэнни-Стирнза о квадратичной нижней оценке времени решения этих задач на одноленточных машинах Тьюринга.

2. Моделирование двухленточных машины Тьюринга на одноленточных машинах. Линейная верхняя оценка времени копирования и обращения строк, сложения натуральных чисел и распознавания палиндромов на двухленточных машинах Тьюринга.

3. Равнодоступные адресные машины (РАМ). Моделирование машин Тьюринга на РАМ и РАМ на машинах Тьюринга. Класс P полиномиально разрешимых языков и машинная независимость его определения.

4. Универсальная машина Тьюринга и оценка времени ее работы.

5. Теорема о иерархии по времени.

6. Теорема Фишера - Рабина об экспоненциальной нижней оценке времени распознавания истинности формул первого порядка в аддитивной группе действительных чисел.

7. Схемы из функциональных элементов. Верхняя оценка $O(n2^n)$ схемной сложности любой булевой функции от n переменных. Существование функций схемной сложности не менее $2^n/3n$.

8. Класс niP . Включение P в niP . Класс $P/poly$ и его совпадение с классом niP .

9. Класс NP . Сводимости Карпа (полиномиальная m -сводимость) и Кука (полиномиальная сводимость Тьюринга) и их свойства. NP трудные и NP полные задачи.

10. Теорема Кука–Левина об NP полноте задачи о выполнимости схем из функциональных элементов.

11. NP полнота задачи выполнимости 3-КНФ. Полиномиальная разрешимость задачи 2-КНФ.

12. NP полнота задач Клика, Независимое Множество, Вершинное Покрытие,

13. NP полнота задачи 3-раскраска. Полиномиальная разрешимость задачи 2-раскраска.

14. NP полнота задач ГамильтоновЦикл и Коммивояжер.
15. NP полнота задачи СуммаПодмножества.
16. NP задачи поиска и задачи оптимизации. Взаимная сводимость NP задач поиска и NP задач распознавания. Взаимная сводимость NP задач поиска и задач оптимизации.
17. Приближенное решение задач оптимизации. NP трудность задачи нахождения раскраски графа в $(4/3 - \varepsilon + o(1))\chi(G)$ цветов. Полиномиальный алгоритм 7/8-аппроксимации MAX3CNF.
18. Полиномиальная иерархия. Полные проблемы в классах полиномиальной иерархии.
19. Вероятностные полиномиальные алгоритмы. Вычисления с ограниченной ошибкой. Полиномиальный вероятностный алгоритм проверки истинности алгебраического тождества.
20. Уменьшение вероятности ошибки при повторении. Классы RP, BPP, FBPP, RP. Включение BPP в P/poly.
21. Включение BPP в Σ_2 .
22. Класс PSPACE. Вложение PSPACE в EXPTIME. Вложение PH в PSPACE. Полиномиальные игры. Принадлежность PSPACE множества выигрышных позиций в полиномиальной игре.
23. Характеризация класса PSPACE с помощью полиномиальных игр. Распознавание s-t-связности на зоне $O(\log^2 n)$. Теорема Сэвича: $NPSPACE = PSPACE$.
24. Задача об истинности булевых формул с кванторами (БФК) и ее PSPACE полнота.
25. PSPACE полнота задачи эквивалентности регулярных выражений.
26. Теорема об иерархии для NP и других классов полиномиальной иерархии.
27. Обобщение теоремы Фишера-Рабина на вероятностные машины и альтернирующие машины: экспоненциальная нижняя оценки времени работы вероятностных машин и Σ_k -машин, распознающих истинность формул в аддитивной группе действительных чисел.
28. Класс #P задач подсчета. Сведение задач из #P к языкам из класса RP и обратное сведение. #P полнота задач подсчета количества выполняющих присваиваний для булевых схем и 3CNF, подсчета количества клик в графе и подсчета количества раскрасок графа в 3 цвета.

29. Теорема Вэльянта о $\#P$ полноте задачи вычисления перманента булевой матрицы.
30. Релятивизация. Невозможность релятивизуемого решения проблемы перебора.
31. Теорема Вэльянта-Вазирани. Теорема Закоса.
32. Класс $\oplus P$ и его замкнутость относительно сводимости Кука. Совпадение классов $\oplus P^{\oplus P}$ и $\oplus P$.
33. Теоремы Тоды: включение полиномиальной иерархии в $P^{\#P}$
34. Теорема Иммермана: $NLOGSPACE = coNLOGSPACE$.
35. Интерактивные доказательства. Классы $MA[2]$, PCP , IP (с закрытыми бросаниями), AM (с открытыми бросаниями). Интерактивное доказательство неизоморфности графов.
36. Включение IP в $PSPACE$
37. Лемма о последовательном повторении интерактивного протокола. Лемма о параллельном повторении интерактивного протокола.
38. AM протокол для неизоморфизма графов.
39. Совпадение IP и AM (релятивизуемое доказательство).
40. Включение $MA[2]$ в $AM[2]$. Совпадение $AM[2]$ и $AM[c]$ для любого $c > 1$. Включение $MA[2]$ в Σ_2 и включение $AM[2]$ в Π_2 .
41. Включение $PSPACE$ в AM .
42. PCP теорема и ее применение к доказательству NP трудности задачи аппроксимации размера максимальной клики с точностью до постоянного множителя.
43. Теория сложности в среднем: полиномиально моделируемые последовательности распределений, распределенные задачи, классы $NeurBPP$ и $(NP, PSamp)$. Сведения, сохраняющие $NeurBPP$. Пример $(NP, PSamp)$ полной задачи.

Литература.

1. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый. Классические и квантовые вычисления. М.: МЦНМО, ЧеРо, 1999.
3. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001.
4. <http://lpcs.math.msu.su/~ver/teaching/ComputationalComplexity/index.html>