

Утверждена
Советом механико-математического
факультета МГУ
«____» _____ 201__ г.
Председатель Совета

В. Н. Чубариков

Представлена
Кафедрой математической логики
и теории алгоритмов
«____» _____ 201__ г.
Заведующий кафедрой

В. А. Успенский

ПРОГРАММА

II части кандидатского экзамена по специальности 01.01.06

Математическая логика и теория алгоритмов

Авторы проекта:

профессор Н. К. Верещагин
профессор М. Р. Пентус

ПРОГРАММА

II части кандидатского экзамена по специальности 01.01.06

Математическая логика и теория алгоритмов

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча ([2, § 1.1–1.5, 9.1–9.3, 11.1–11.6], [5, § 35–37], [6, § 1–6, 11–12], [7, гл. V, § 1–3]).
2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы. Неразрешимость проблемы применимости ([2, § 2.1–2.3, 3.1–3.3], [6, § 5–6, 12], [7, гл. V, § 3–4]).
3. Вычислимые и гёделевы (главные) нумерации частично рекурсивных функций. Теорема о неразрешимости проблемы распознавания любого нетривиального свойства вычислимой функции по её описанию ([6, § 7]).
4. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства ([2, § 9.4–9.7], [6, § 13]).
5. Полиномиальные алгоритмы и класс P. Недетерминированные вычисления и класс NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи ВЫПОЛНИМОСТЬ ([3, гл. II, § 2–6]).
6. Логика высказываний. Булевы (истинностные) функции. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость ([5, § 1–6], [7, гл. I, § 4], [8, гл. I; гл. II, § 3–10]).
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме ([5, § 15–16, 20], [7, гл. II, § 10], [8, гл. III, § 1–3, 9; гл. IV, § 14]).
8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции ([5, § 18, 22], [7, гл. II, § 1–4], [8, гл. IV, § 1–8]).
9. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности ([5, § 17–18, 21–22], [7, гл. II, § 5], [8, гл. IV, § 16, 19]).
10. Категоричные в данной мощности теории. Теорема Лося—Воота о полноте непротиворечивой теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности ([5, § 24–25, 29]).
11. Разрешимые теории. Разрешимость теории плотного линейного порядка. Элиминация кванторов ([7, гл. II, § 12], [4, гл. V, § 1]).
12. Элиминация кванторов в элементарной теории поля комплексных чисел. Разрешимость и аксиоматизация этой теории. Элементарная эквивалентность любых двух алгебраически замкнутых полей одной характеристики. ([1, гл. 3, п. 8]).
13. Элиминация кванторов в элементарной теории упорядоченного поля действительных чисел (теорема Зайденберга—Тарского). Разрешимость и аксиоматизация этой теории. ([1, гл. 3, п. 8]).
14. Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства) ([7, гл. III, § 1–3]).

15. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике ([2, § 8.1–8.2, 10.3–10.4], [7, гл. III, § 4–6]).
16. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов ([2, § 10.4–10.5], [5, § 37–38], [7, гл. III, § 6]).

Список литературы

- [1] Н. К. Верещагин, А. Шень. *Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления*, изд. 4-е. М.: МЦНМО, 2012.
- [2] Н. К. Верещагин, А. Шень. *Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции*, изд. 4-е. М.: МЦНМО, 2012.
- [3] М. Гэри, Д. Джонсон. *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи*. М.: Мир, 1982.
- [4] Ю. Л. Ершов. *Проблемы разрешимости и конструктивные модели*. Наука, 1980.
- [5] Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. *Математическая логика*, изд. 6-е. М.: Физматлит, 2011.
- [6] А. И. Мальцев. *Алгоритмы и рекурсивные функции*, изд. 2-е. М.: Наука, 1986.
- [7] Э. Мендельсон. *Введение в математическую логику*, изд. 4-е. М.: Либроком, 2010.
- [8] П. С. Новиков. *Элементы математической логики*, изд. 2-е. М.: Наука, 1973.

Авторы проекта: профессор Н. К. Верещагин, профессор М. Р. Пентус